



Exercices sur le calcul de la fonction dérivée en terminale S

La série 2 des exercices de maths en terminale S sur les dérivées et les intégrales. Tous ces exercices disposent d'une correction détaillée et peuvent être imprimés au format PDF.

Un exemple de fonction dérivable à dérivée non continue

Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad x \neq 0 \quad \text{et} \quad f(0) = 0.$$

Montrer que :

1. f est continue en 0.
2. f est dérivable en 0.
3. f' n'est pas continue en 0.

[Corrigé de cet exercice](#)

Dérivation d'une composée de fonctions

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I .

Soit v une fonction dérivable sur un intervalle J contenant $u(I)$.

Démontrer que la fonction $v \circ u$ est dérivable sur I et que pour tout x de I :

$$(v \circ u)'(x) = u'(x) v'[u(x)].$$

[Corrigé de cet exercice](#)

Dérivabilité des fonctions sinus et cosinus sur $\mathbb{R}$

Démontrer que les fonctions sinus et cosinus sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et préciser leur fonction dérivée.

On rappelle que : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(h) - 1}{h} = 0$ et $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(h)}{h} = 1$.

[Corrigé de cet exercice](#)

Les fonctions bijectives

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$.

1. Démontrer que f est bornée sur $\mathbb{R}$.
2. Étudier la parité de f .
3. Étudier la dérivabilité de f en 0.
4. Démontrer que f définit une bijection de $\mathbb{R}$ sur $] -1; 1[$.

[Corrigé de cet exercice](#)

Accroissement moyen

1. On se propose d'étudier la limite en $\frac{\pi}{2}$ de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\cos(x)}{x - \frac{\pi}{2}}$ avec $x \neq \frac{\pi}{2}$.

Vérifier que l'on est en présence d'une forme indéterminée.

En considérant l'accroissement moyen de la fonction cosinus en $\frac{\pi}{2}$, déterminer la limite ci-dessus.

2. Par une méthode analogue, étudier la limite de f en a dans les cas suivants :

$$f(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} \text{ en } a=0$$

$$f(x) = \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}} \text{ en } a = \frac{\pi}{4}$$

[Corrigé de cet exercice](#)

Etude de fonctions numériques

Exercice n° 1 :

Étudier la fonction f définie sur D

- a. $f(x) = -5x^2 + 10x + 4$ $D = \mathbb{R}$.
- b. $f(x) = \frac{3x+2}{x-5}$ $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.
- c. $f(x) = \frac{-7}{x+2}$ $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
- d. $f(x) = \sqrt{-2x+5}$ $D =]-\infty; \frac{5}{2}]$.
- e. $f(x) = \tan(4x)$ $D =]-\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{8}[$.

Exercice n° 2 :

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$, strictement croissante sur $] -\infty ; -1]$ et sur $[0 ; +\infty [$ et strictement décroissante sur $[-1; 0]$.

De plus, $f(-3) = 0$, $f(-1) = 3$ $f(0) = 1$.

Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x)=1$.

Exercice n° 3 :

Etudier la fonction f définie sur D .

a. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ $D = \mathbb{R}$.

b. $f(x) = -\frac{3x+1}{x^2-x+1}$ $D = \mathbb{R}$.

b. $f(x) = (1-\sin x)\sin x$ $D = \mathbb{R}$.

[Corrigé de cet exercice](#)

Résolution d'une équation

Démontrer que l'équation $x^4+x^3-x+1=0$ n'a pas de solution sur $\mathbb{R}$.

[Corrigé de cet exercice](#)

Etude d'une fonction

On considère la fonction f définie pour $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ par $f(x) = x + 3 + \frac{9}{x-1}$.

On désigne par C_f sa représentation dans un repère.

1. Déterminer les limites de f en $-\infty; +\infty; 1^-; 1^+$.

2. Démontrer que la droite Δ d'équation $y=x+3$ est une asymptote oblique à C_f en $-\infty$ et $+\infty$.

3. Calculer la fonction dérivée f' .

Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R} - \{1\}$: $f'(x) = \frac{(x-4)(x+2)}{(x-1)^2}$.

4. En déduire le tableau de variations de la fonction f .

5. Déterminer une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse $x_0=0$.

[Corrigé de cet exercice](#)

Dérivation

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x \sin(x) + \cos(x)$.

On se propose d'étudier cette fonction sur $[0; 2\pi]$.

1. Calculer la dérivée f' .

2. En déduire le tableau de variation de f sur $[0; 2\pi]$.

Téléchargé depuis <https://www.mathovore.fr>

3. Démontrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$.

4. Démontrer que: $\frac{5\pi}{6} < \alpha < \pi$.

[Corrigé de cet exercice](#)

Détermination d'une fonction

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

On note C sa représentation graphique dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On sait que la courbe C passe par le point $A(0;1)$ et qu'elle admet une tangente parallèle à (Ox) au point d'abscisse 1.

On sait que $f'(0) = -6$.

Déterminer les coefficients a , b et c .

[Corrigé de cet exercice](#)