Exercice 1 Donner les quatre premiers termes des suites suivantes :

1. $u_n = 3 - 4n$
2. $\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n - 1 \\ u_0 = 4 \end{cases}$
3. $\begin{cases} u_{n+1} = 10u_n - 4n \\ u_0 = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

Exercice 2 On donne : $u_n = 8 + 7n$.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de n.
2. Déterminer puis simplifier la différence $u_{n+1} - u_n$. Que peut-on en déduire ?

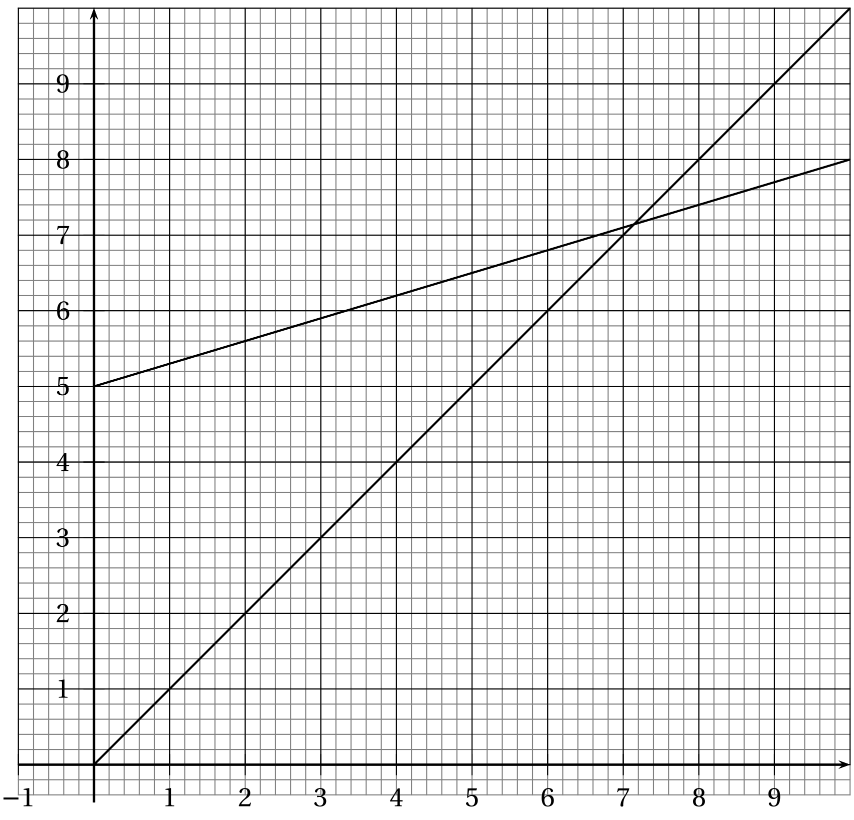
Exercice 3 On donne : $u_n = -n^2 - 8n + 40$.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de n.
2. Déterminer puis simplifier la différence $u_{n+1} - u_n$. Que peut-on en déduire ?

Exercice 4 On souhaite déterminer rapidement le comportement de la suite (V_n) définie par :

$$V_{n+1} = 0,3V_n + 5 \text{ avec } V_0 = 2$$

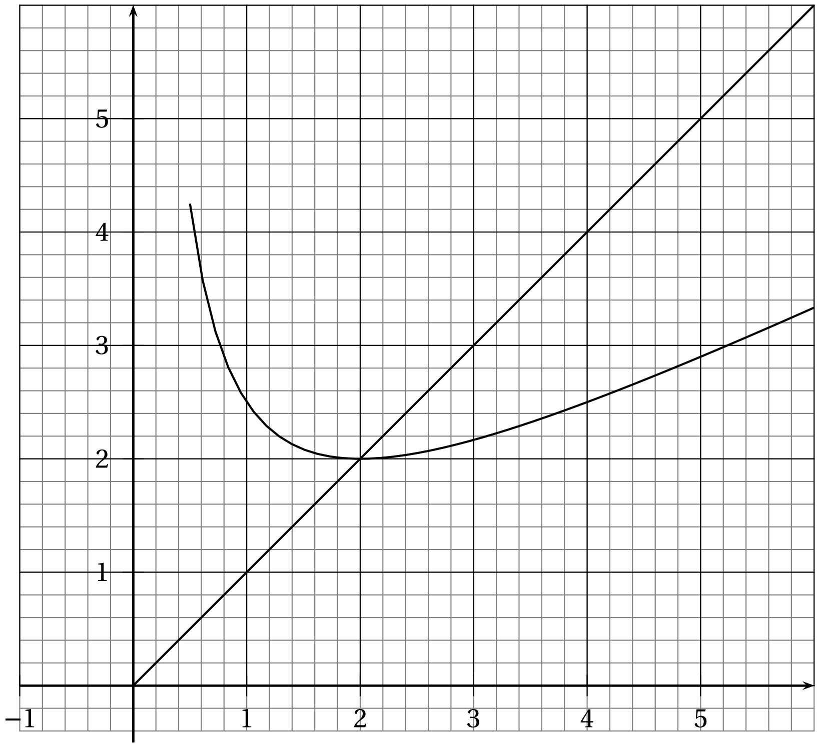
Construire sur l'axe des abscisses du graphique ci-contre, les premiers termes de la suite. Décrire alors le comportement de cette suite.



Exercice 5 On considère la suite (U_n) définie par la relation :

$$U_{n+1} = \frac{1}{2}(U_n + \frac{4}{U_n}) \text{ avec } U_0 = 1$$

On a construit la courbe représentative de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{1}{2}(x + \frac{4}{x})$ainsi que la droite Δ d'équation $y = x$.
Déterminer graphiquement les premiers termes de cette suite et caractériser le comportement de la suite (U_n)



Exercice 6

1. (u_n) est une suite arithmétique de raison r=4. Si $u_0 = -10$, que vaut u_{73} ?
2. (u_n) est une suite arithmétique telle que $u_{24} = 5$ et $u_{47} = 60,2$. Que vaut u_{100} ?

Exercice 7 On considère la suite (t_n) définie par :

$$t_{n+1} = 2t_n - 3 \text{ pour tout } n \geq 1 \text{ et } t_0 = 2$$

1. Déterminer t_1, t_2 et t_3.
2. On pose pour tout entier n, $u_n = t_n - 3$.
   (a) Exprimer u_{n+1} en fonction de t_{n+1}.
   (b) Exprimer alors u_{n+1} en fonction de t_n puis en fonction de u_n.
   (c) En déduire u_n en fonction de n.
3. À l'aide de l'étude précédente, calculer u_{10} puis t_{10}.

Exercice 8 Bob a reçu 200000€en héritage. Il décide de placer cette somme et trouve un placement au taux de 6%. Mais chaque année il doit retirer 9000€pour payer les impôts dus à ce placement. On appelle C_n le capital acquis au bout de n années de placement.

1. Expliquer pourquoi (C_n) vérifie la relation de récurrence suivante :

$$C_{n+1} = 1.06C_n - 9000$$

2. Calculer à la calculatrice les premiers termes de cette suite. Est-elle arithmétique ? géométrique ?
3. On considère la suite auxiliaire (U_n) définie par :

$$U_n = C_n - 150000$$

(a) Montrer que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera les caractéristiques.

(b) Exprimer U_n puis C_n en fonction de n.

(c) De quelle somme, Bob disposera t-il au bout de 5 ans ?

(d) Bob veut acheter une maison à 280000€. Combien d'années devra t-il attendre avant de disposer de cette somme ?

Exercice 9 On considère la suite w_n définie par :

$$w_{n+1} = \frac{w_n}{1+3w_n} \text{ avec } w_0 = 1$$

1. Calculer w_1, w_2 et w_3.
2. On considère la suite (u_n) définie pour tout n par : $u_n = \dfrac{1}{w_n}$

   (a) Démontrer que la suite u_n est arithmétique.Donner sa raison et son premier terme.

   (b) En déduire u_n en fonction de n puisw_n en fonction de n.

   (c) Calculer alors w_{20}

Exercice 10 Chez les mathématiciens grecs et babyloniens, extraire la racine carrée d'un nombre a, c'est trouver la longueur d'un côté d'un carré dont l'aire vaut a.

Prenons pour l'exemple $a = 2$ et à partir d'un rectangle de dimensions $L = X$ et $l = \dfrac{2}{X}$, construisons un carré d'aire 2. Pour cela rendons le rectangle « moins rectangle », en prenant pour nouvelle longueur la moyenne arithmétique des anciennes dimensions, c'est-à-dire $L = \dfrac{\frac{2}{X}+X}{2}$. Pour que l'aire soit conservée, on a alors $l = \dfrac{2}{L}$.Et ainsi de suite...

1. Compléter le tableau ci-dessous :

Etape n	0	1	2	3
L	2			
l	1			

2. Ecrire un algorithme qui donne les valeurs de L et de l au bout de n itérations.
3. On appelle L_n la longueur après n itérations ($L_0 = 2$). Déterminer une relation entre L_{n+1} et L_n puis conclure sur la convergence de la suite (L_n).