

3. Trigonométrie

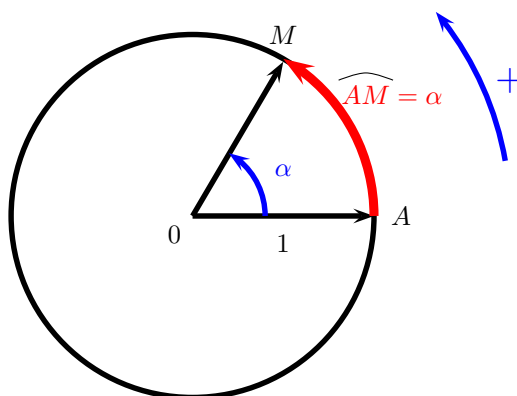
I - Les angles et le cercle trigonométrique



Définition 1:

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, le cercle trigonométrique est le cercle de centre O et de rayon 1, muni d'une orientation. Le sens positif est le sens inverse des aiguilles d'une montre. La mesure en **radians** de l'angle géométrique $\widehat{AOM}$ est égale à la longueur de l'arc $\widehat{AM}$. On la notera « $\text{mes}(\widehat{AOM})$ ». On prendra cette unité par défaut, bien qu'il en existe d'autres (grades et degrés) :

$$180^\circ = \pi \text{ rd}$$



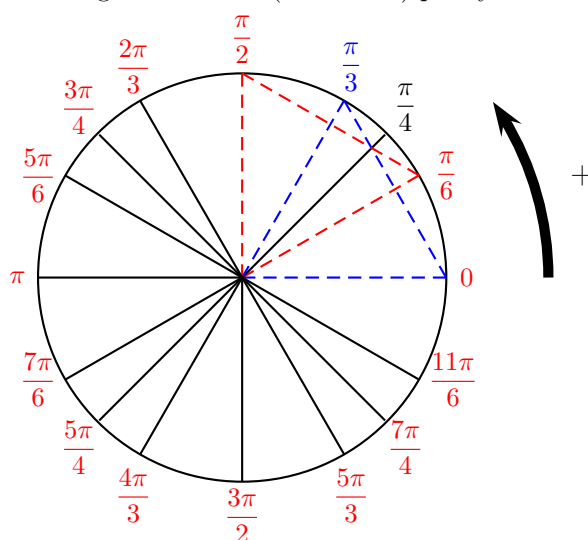
Ex. guidé 1 :

Compléter le tableau ci-dessous :

Mesure en degrés	180	30	45	60	90	360	x
Mesure en radians	π	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	2π	$\frac{\pi x}{180}$

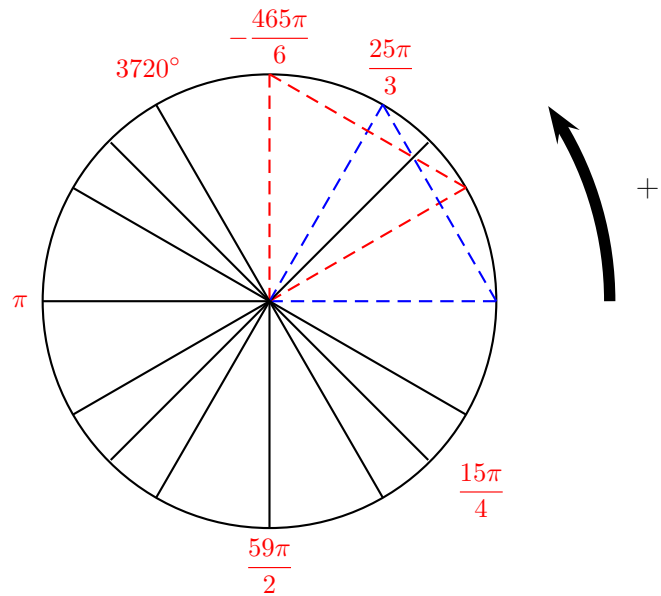
Ex. guidé 2 :

Retrouver les angles ci-dessous (en radians) par symétries



Ex. guidé 3 :

Placer les angles suivants sur le cercle : $\frac{25\pi}{3}$; $\frac{15\pi}{4}$; 3720° ; $\frac{59\pi}{2}$; $-\frac{465\pi}{6}$



II - Définition des fonctions trigonométriques

1. Approche en géométrie

Formules du triangle rectangle

$$\sin(\theta) = \frac{AB}{BC} = \frac{Opp}{Hyp}$$

$$\cos(\theta) = \frac{AC}{BC} = \frac{Adj}{Hyp}$$

$$\tan(\theta) = \frac{AB}{AC} = \frac{Opp}{Adj}$$

Théorème de Al-Kashi

Soient a, b, c les cotés d'un triangle quelconque.

Alors $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \theta$, si θ est l'angle entre les cotés a et b .



La formule fondamentale de la trigonométrie



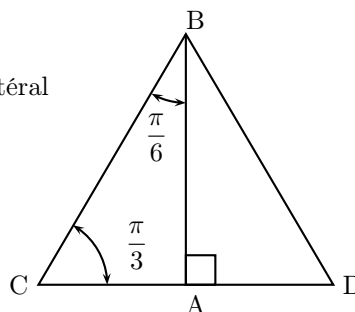
Le théorème de Pythagore donne $AB^2 + AC^2 = BC^2$. On en déduit, en divisant par BC^2 , un résultat essentiel :

$$\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$$

Ex. guidé 4 :

Soit un triangle (ABC) rectangle en A tel que $\text{mes}(\widehat{ACB}) = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$. A l'aide de ce triangle, calculer les lignes trigonométriques de $\frac{\pi}{3}$ puis en déduire celles de $\frac{\pi}{6}$.

triangle équilatéral



La somme des angles d'un triangle vaut π . Donc $\text{mes}(\widehat{ABC}) = \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$. On construit par symétrie par rapport au segment AB le triangle BAD . Alors le triangle BDC est *équilatéral* ce qui implique que $AC = AD = \frac{1}{2}BC$. Avant de calculer les lignes trigonométriques on observe que les valeurs à obtenir sont positives. On en déduit

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1 - \cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

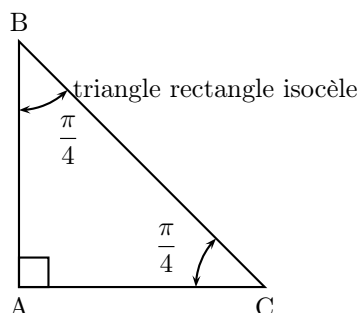
$$\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)} = \sqrt{3}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}; \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ et } \tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



Ex. guidé 5 :

Trouver les lignes de $\frac{\pi}{4}$ à l'aide d'un triangle rectangle isocèle.





On a $AC = AB$ et donc $BC^2 = 2AC^2$ ce qui implique que $\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. On en déduit que

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

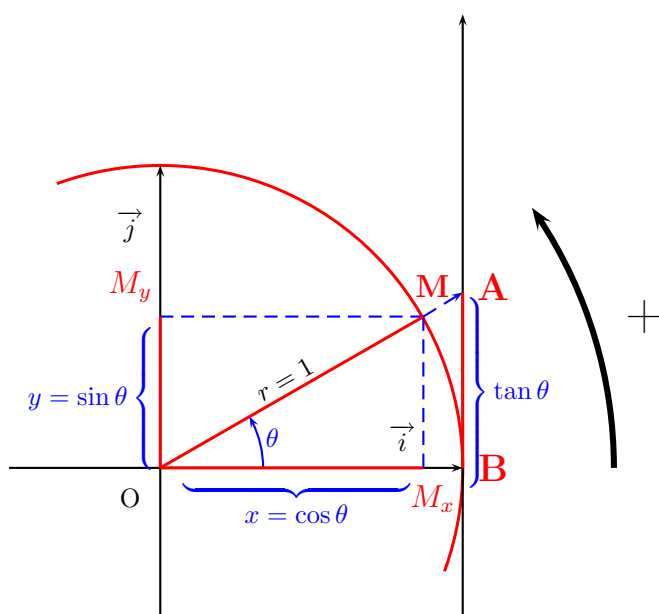
2. Approche en géométrie



Définition 2:

Considérons le cercle trigonométrique dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan. Soient M un point du cercle et $\theta = \text{mes}(O\vec{i}, \overrightarrow{OM})$. On pose

- $\cos(\theta)$ l'abscisse du point M
- $\sin(\theta)$ l'ordonnée du point M
- $\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$ pour θ tel que $\cos(\theta) \neq 0$.



Théorème 1:

- $\sin(\theta + 2k\pi) = \sin(\theta)$;
- $\cos(\theta + 2k\pi) = \cos(\theta)$ avec $k \in \mathbb{Z}$;
- $\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$ pour tout θ .



Remarque

- ★ Par similitude on peut montrer que $\tan \theta$ est l'ordonnée du point d'intersection entre la droite $x = 1$ et la
- ★ droite par OM .

Remarque

★ Si on considère un cercle de centre l'origine et rayon r , alors les coordonnées de ses points P seront $(r \cos \theta, r \sin \theta)$ ou θ est l'angle formé entre l'axe des x et la droite par OP .

Remarque

★ Pour des angles aigus on retrouve les notions de cosinus et sinus données avant dans des triangles rectangles.

Ex. guidé 6 : || Soit x un nombre réel de l'intervalle $[0, \pi]$ tel que $\cos x = \frac{3}{5}$. Déterminer la valeur exacte de $\sin x$.



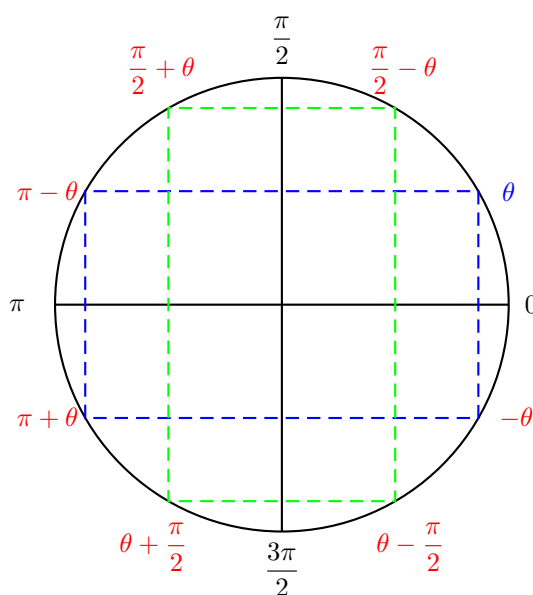
On a $\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{1 - \cos^2 x}$.

Comme $x \in [0, \pi]$ alors $\sin x > 0$ et donc $\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \frac{4}{5}$.



Théorème 2: Les arcs associés

$\sin(-\theta) = -\sin \theta$	$\cos(-\theta) = \cos \theta$	$\tan(-\theta) = -\tan \theta$
$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$	$\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta$	$\tan(\pi - \theta) = -\tan \theta$
$\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$	$\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta$	$\tan(\pi + \theta) = \tan \theta$
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta$
$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos \theta$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin \theta$	$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cot \theta$



3. Une application : les coordonnées polaires

Un point M du plan peut être représenté de façon unique par ses coordonnées cartésiennes (x, y) mais également par ses coordonnées polaires (r, θ) .

$$\theta = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$$

$$r = \|\overrightarrow{OM}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$$

Les coordonnées polaires

Ex. guidé 7 : || Déterminer les coordonnées polaires du point $A(\sqrt{3}; 3)$.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \cos \theta \\ 3 = 2\sqrt{3} \sin \theta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \theta = \frac{1}{2} \\ \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

Les coordonnées polaires sont donc $A = \left[2\sqrt{3}; \frac{\pi}{3} \right]$.

III - Des formules importantes

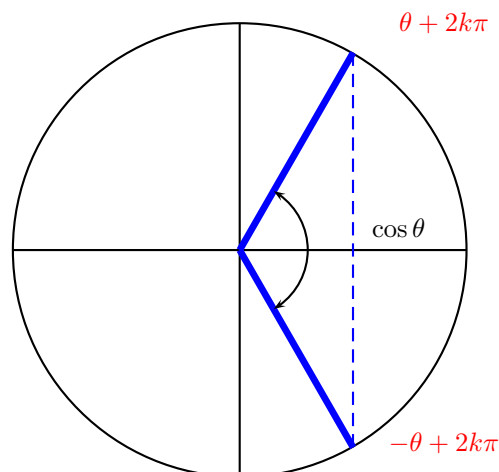
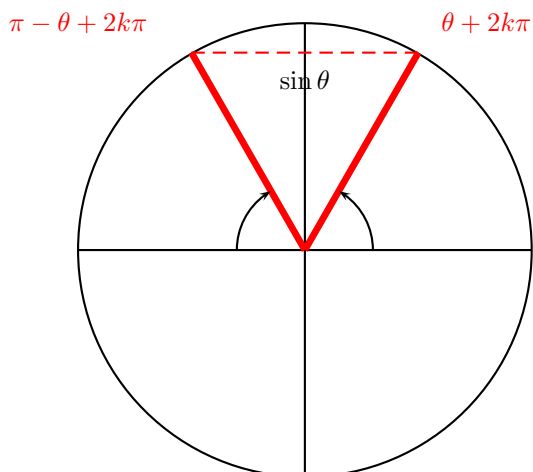
1. Equations trigonométriques



Théorème 3: Equations de base

En utilisant le cercle trigonométrique compléter trouver les solutions des équations suivantes :

- ➔ $\cos x = \cos \theta \Leftrightarrow x = \pm\theta + 2k\pi$
- ➔ $\sin x = \sin \theta \Leftrightarrow x = \theta + 2k\pi$ ou $x = \pi - \theta + 2k\pi$
- ➔ $\tan x = \tan \theta \Leftrightarrow x = \theta + k\pi$



Ex. guidé 8 :

Résoudre :

a. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

b. $\sin 2x = -\frac{1}{2}$.



a. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi$;

b. $\sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin \left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$ ou $x = \frac{7\pi}{12} + k\pi$.

Ex. guidé 9 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $3\cos^2 x - 7\cos x + 2 = 0$.



On pose $X = \cos x$. On a $3X^2 - 7X + 2 = 0$ soit $X = 2$ ou $X = \frac{1}{3}$.

1. $X = \cos x = 2$: impossible.

2. $X = \cos x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \pm\alpha_0 + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$ si α_0 est l'angle dans $]0, \pi[$ tel que $\cos x = \frac{1}{3}$.

Ex. guidé 10 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\cos(2t - \pi/3) = \cos 5\pi/6$.



$$1. 2t - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \iff t = \frac{7\pi}{12} + k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$
$$2. 2t - \frac{\pi}{3} = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \iff t = -\frac{\pi}{4} + k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

2. Calcul des sommes et différences



Théorème 4: Les formules

- $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
- $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
- $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$
- $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$
- $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$
- $\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$

4. Linéarisation



Linéariser une expression trigonométrique



Linéariser signifie « passer d'une expression composée de produits ou de puissances de sin ou cos en sommes de ces mêmes fonctions. »



Théorème 5: Linéarisation

$$\rightarrow \cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\rightarrow \sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\rightarrow \sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

Ex. guidé 14 : || Montrer les deux premières formules.



On sait que $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ et que $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$. Si on fait la somme et la différence membre par membre on a

$$\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos a \cos b.$$

$$\cos(a+b) - \cos(a-b) = -2 \sin a \sin b.$$

En on déduit : $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$ et $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.

Exemple 1 : || Montrer la troisième formule.



On sait que $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$ et que $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. Si on fait la somme membre par membre on a

$$\sin(a+b) + \sin(a-b) = 2 \sin a \cos b.$$

Ex. guidé 15 : || Linéariser $\cos^2 x$ et $\sin^2 x$.



On sait que $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$ et $1 = \cos^2 x + \sin^2 x$. En effectuant la somme on obtient

$$\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

En effectuant la différence on obtient

$$\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

Ex. guidé 16 : || Linéariser $\cos^2 x \cdot \sin x$.



On sait que $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$. Donc $\cos^2 x \cdot \sin x = \frac{1}{2}(\sin x + \sin x \cos 2x)$.

Or, $\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$, d'où

$$\cos^2 x \cdot \sin x = \frac{1}{2} \left(\sin x + \frac{1}{2} [\sin(x+2x) + \sin(x-2x)] \right) = \frac{1}{4} (\sin x + \sin 3x)$$

Exercices

Exercice Montrer que

1.) $4 \cos^3 \theta = 3 \cos \theta + \cos 3\theta$

2.) $4 \sin^3 \theta = 3 \sin \theta - \sin 3\theta$



Théorème 6: Des formules utiles

Expressions rationnelles ^a	Transformation de somme en produit
$\sin a = \frac{2t}{1+t^2}$ $\cos a = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad \text{avec } t = \tan^2 \frac{a}{2}$ $\tan a = \frac{2t}{1-t^2}$	$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$ $\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$ $\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$ $\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$ $A \sin x + B \cos x = \sqrt{A^2 + B^2} \cos(x - \alpha)$ (où α tel que $\tan(\alpha) = \frac{A}{B}$)

a. Ces formules seront données en contrôles

Ex. guidé 17 : || Résoudre : $\cos \theta + \cos(\theta + \pi/3) > 0$.

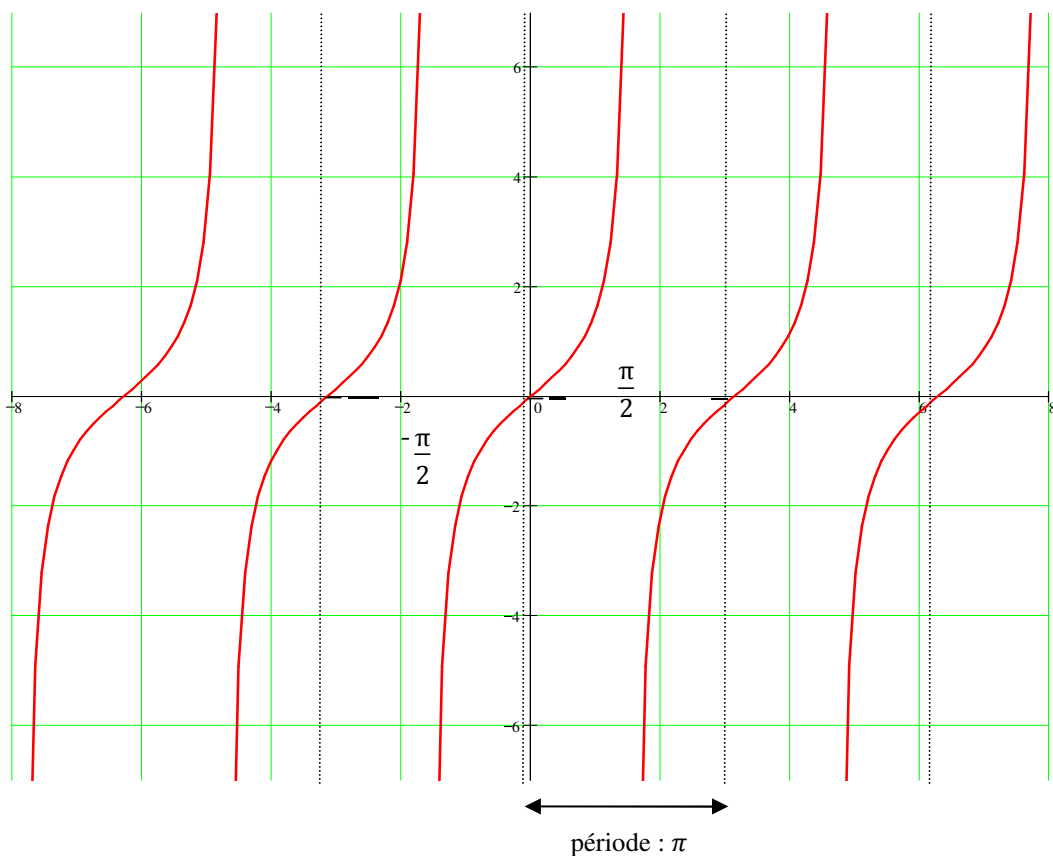
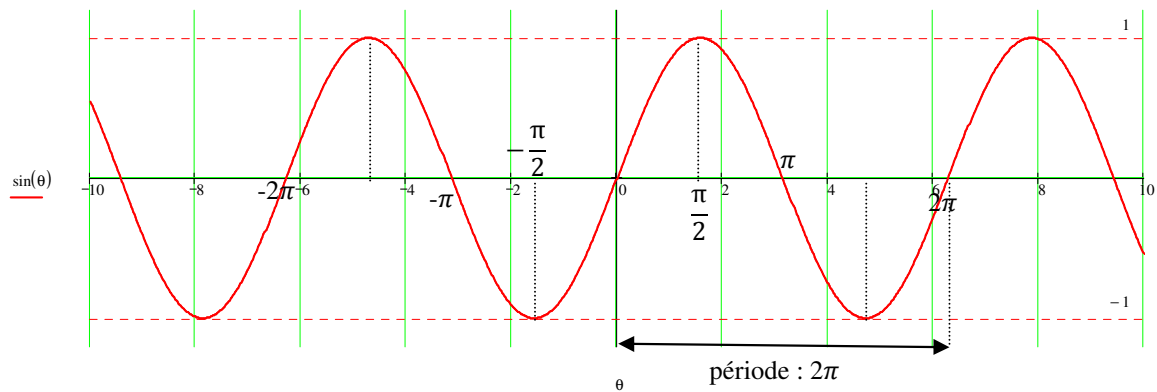
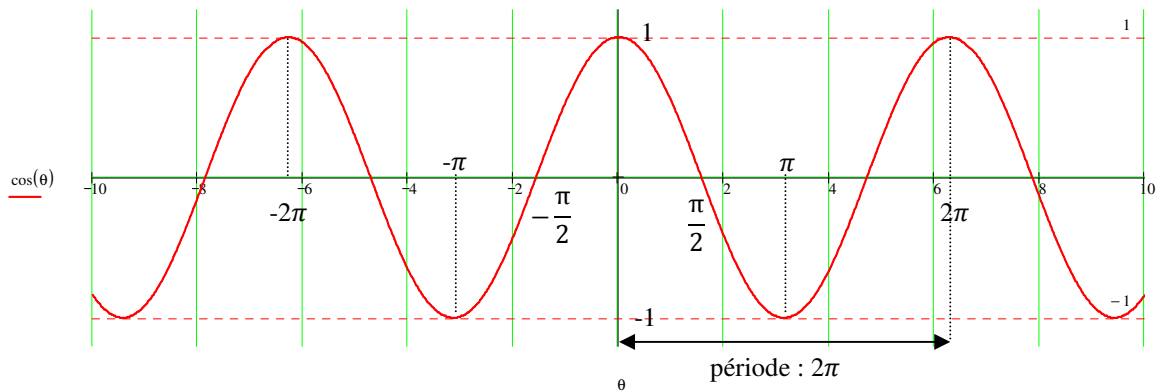


Grâce à la formule $\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$ l'inégalité à étudier équivaut à $2 \cos \left(\theta + \frac{\pi}{6} \right) \cos \left(\frac{\pi}{6} \right) > 0$ c'est-à-dire $\cos \left(\theta + \frac{\pi}{6} \right) > 0$. On obtient alors $\theta \in \left] -\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \right[+ 2k\pi$, avec $k \in \mathbb{Z}$.

IV - Graphes des fonctions trigonométriques

Encadrement de cosinus et sinus : $\forall \theta \in \mathbb{R} \quad -1 \leq \cos(\theta) \leq 1$ et $-1 \leq \sin(\theta) \leq 1$

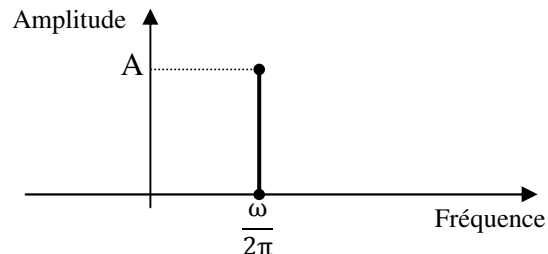
Représentation graphique des fonctions cosinus, sinus et tangente :



Spectre de signaux sinusoïdaux

Le **spectre** d'un signal est la **représentation des amplitudes** des différentes composantes présentes dans le signal **en fonction de la fréquence**.

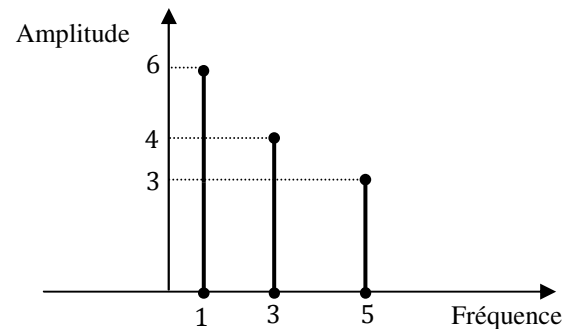
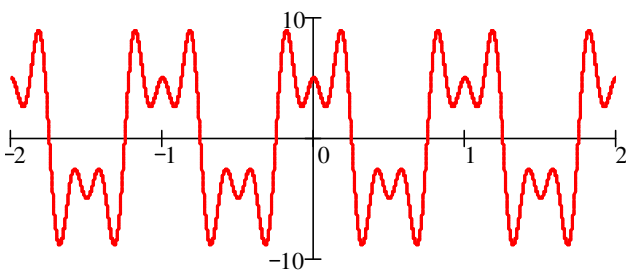
Spectre du signal sinusoïdal $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ (et donc aussi du signal $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$)



Le spectre d'une somme de sinusoïdes est la somme de leurs spectres.

Spectre du signal périodique $x(t) = 3\cos(10\pi t) + 6\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right) - 4\cos(6\pi t)$

Représentation temporelle



Valeur moyenne, valeur efficace d'un signal périodique

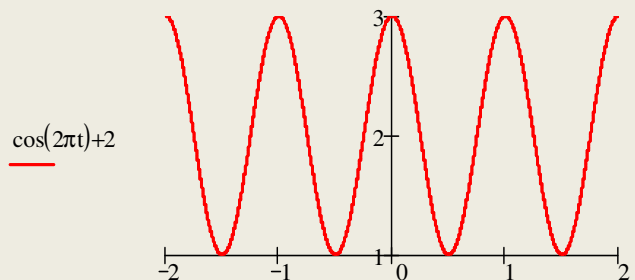
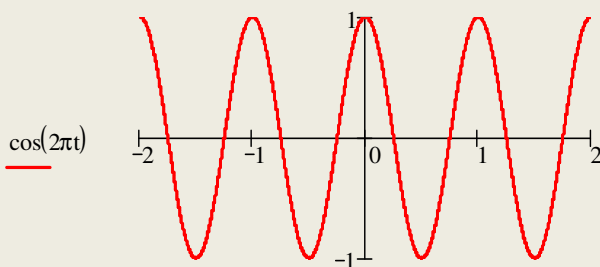
La **valeur moyenne** d'une fonction intégrable et T-périodique f, est la valeur donnée par : $\frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) dt$ où a est un nombre réel quelconque. La **valeur efficace** de f est la racine carrée de la valeur moyenne de f^2 : $\sqrt{\frac{1}{T} \int_a^{a+T} f^2(t) dt}$

Rappel : Si F est une fonction primitive de f (c'est à dire : $F'(t) = f(t) \quad \forall t$), alors $\int_a^b f(t) dt = [F(t)]_a^b = F(b) - F(a)$

Valeur moyenne du cosinus : $\frac{1}{T} \int_0^T \cos(\omega t + \varphi) dt = \frac{1}{T\omega} [\sin(\omega t + \varphi)]_0^T = \frac{1}{T\omega} (\sin(\omega T + \varphi) - \sin\varphi)$

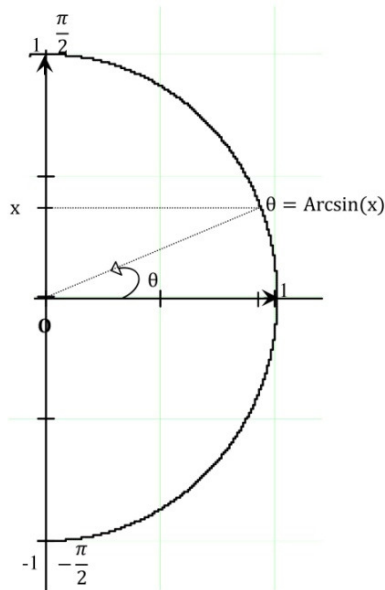
Comme $\omega T = 2\pi$, et sinus est 2π -périodique, alors $\sin(\omega T + \varphi) = \sin\varphi$ et :

la valeur moyenne de cosinus est donc nulle, on retrouve ce résultat graphiquement.



Soit m, la valeur moyenne du signal périodique f, alors m+k est la valeur moyenne du signal f+k où k est une constante .

Arcsinus



Soit $x \in [-1;1]$, on appelle Arcsinus de x et on note $\text{Arcsin}(x)$, l'unique angle $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ solution de l'équation : $\sin(\theta) = x$.

$$\text{Arcsin}(1) = \frac{\pi}{2}; \quad \text{Arcsin}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4}; \quad \text{Arcsin}\left(\frac{-1}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$$

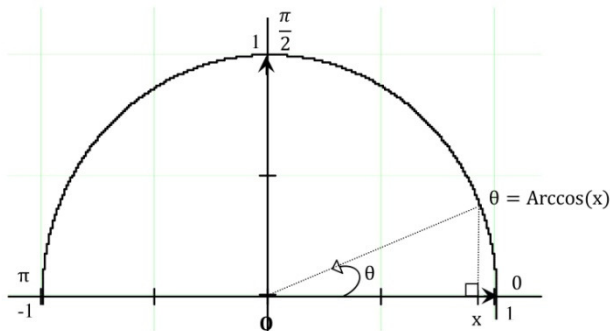
$$\forall x \in [-1;1] \quad \sin(\text{Arcsin}(x)) = x$$

$$\forall \theta \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \quad \text{Arcsin}(\sin(\theta)) = \theta$$

$$\sin\left(\text{Arcsin}\left(\frac{1}{8}\right)\right) = \frac{1}{8}; \quad \text{Arcsin}\left(\sin\left(\frac{\pi}{7}\right)\right) = \frac{\pi}{7}$$

$$\text{Arcsin}\left(\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right) = -\frac{\pi}{2}$$

Arccosinus



Soit $x \in [-1;1]$, on appelle Arccosinus de x et on note $\text{Arccos}(x)$, l'unique angle $\theta \in [0;\pi]$ solution de l'équation : $\cos(\theta) = x$.

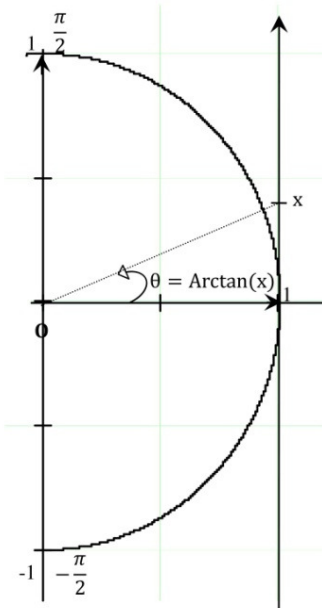
$$\text{Arccos}(1) = 0; \quad \text{Arccos}\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\forall \theta \in [0;\pi] \quad \text{Arc cos}(\cos(\theta)) = \theta$$

$$\forall x \in [-1;1] \quad \cos(\text{Arccos}(x)) = x$$

$$\text{Arccos}\left(\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)\right) = \frac{5\pi}{12}; \quad \text{Arc cos}\left(\cos\left(-\frac{7\pi}{8}\right)\right) = \frac{7\pi}{8}$$

Arctangente



Soit $x \in \mathbb{R}$, on appelle Arctangente de x et on note $\text{Arctan}(x)$, l'unique angle $\theta \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ solution de l'équation : $\tan(\theta) = x$.

$$\text{Arctan}(1) = \frac{\pi}{4}; \quad \text{Arctan}(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}; \quad \text{Arctan}(-\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{3}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \tan(\text{Arctan}(x)) = x$$

$$\forall \theta \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[\quad \text{Arctan}(\tan(\theta)) = \theta$$

$$\tan(\text{Arctan}(12)) = 12; \quad \text{Arc tan}\left(\tan\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Arc tan}\left(\tan\left(-\frac{\pi}{16}\right)\right) = -\frac{\pi}{16}$$

Exercices d'application

Exercice 1 Compléter le tableau suivant : (k est un entier relatif : $k \in \mathbb{Z}$)

θ	$2\pi ; -12\pi ; 2k\pi$	$\pi ; -\pi ; 3\pi ; -5\pi ; \dots$	$\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{3\pi}{4}$	$\frac{19\pi}{4}$	$-\frac{13\pi}{6}$	$\frac{29\pi}{3}$	$\frac{35\pi}{6}$	$k\pi$
$\sin \theta$										
$\cos \theta$										
$\tan \theta$										

Exercice 2 La valeur exacte de $\sin \frac{\pi}{12}$ est : **1)** $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ ou bien **2)** $\frac{\sqrt{3}}{4}$?

Exercice 3 Résoudre les équations suivantes : (cela signifie qu'il faut trouver toutes les solutions de chacune de ces équations)

1) $\cos(x) = \frac{1}{2}$ **2)** $\cos(3t + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$ **3)** $\sin(x) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

4) $\tan(x) = \frac{-\sqrt{3}}{3}$

5) $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ (Pythagore)

Exercice 4 Déterminer la période, la fréquence, et la parité du signal f , définis par $f(x) = -12 \cos(3x + 5)$

Exercice 5 Application de linéarisation (transformation d'un produit en somme)

- 1)** Déterminer la valeur moyenne et la valeur efficace U_{eff} d'une tension sinusoïdale u définie par $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$
- 2)** Quelle est la valeur moyenne de la fonction f , définie par : $f(t) = 10 + 5 \sin\left(3t + \frac{\pi}{3}\right)$
- 3)** Linéariser $\cos(x) \cdot \cos(2x)$, puis en déduire la valeur de : $J = \int_0^\pi \cos(x) \cdot \cos(2x) dx$

Exercice 6 Transformation d'une somme en produit et application et résolution d'équation

- 1) Simplifier $\cos(a+b) - \cos(a-b)$, et en déduire la formule suivante :

$$\cos(p) - \cos(q) = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right).$$

Exercice 7

- 1) Soit $f(t) = a \cdot \cos(\omega t) + b \cdot \sin(\omega t)$, déterminer $A > 0$ et φ tels que :

$$f(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi).$$

- 2) Exprimer sous la forme précédente les fonctions suivantes, puis en déduire leur amplitude.

$$f_1(t) = \cos(t) + \sin(t) \text{ et } f_2(t) = \cos(t) - \sin(t) \text{ et } f_3(t) = \cos(\omega t) + \sqrt{3} \sin(\omega t)$$

Exercice 8 Montrer que:

$$1.) \quad 4 \cos^3 \theta = 3 \cos \theta + \cos 3\theta$$

$$2.) \quad 4 \sin^3 \theta = 3 \sin \theta - \sin 3\theta$$